

УДК 51:1+51

А.В. Винобер

Фонд поддержки развития биосферного хозяйства и аграрного сектора
«Сибирский земельный конгресс», Иркутск, Россия

КОСМОС МАТЕМАТИКИ. ОЧЕРК ПЯТЫЙ. СИМВОЛ. ЗНАК. ЧИСЛО

Структура очерка состоит из 5 частей. В первой части «Вместо введения» автор приводит десять афоризмов и свои комментарии к ним. Это своеобразный настрой (камертон) на тему статьи. Во второй части, рассматривая «символ» и «символическое», автор отмечает, что в математике понятие «символ» не имеет какого-либо общепринятого, ясного и четкого понимания и общепринятой интерпретации. Символическое, вероятно, в значительной степени рождается во взаимодействии сознания и бессознательного. Механизм порождения символического известен нам только гипотетически. Математики боготворят число и символ предпочитают заменять понятием «знак». Возможно, что по качеству и пропорциям, математика и предматематика (по Г.Гийому) соотносятся как сознательное и бессознательное в психике человека. В главе «Знак» автор обращается к осмыслению понятия «знак» философами и психологами. Еще раз находя подтверждение о существовании области (бессознательной реальности) предматематики, архаические элементы (архетипы) которой присутствуют в сознании, мышлении и творчестве современных математиков. В завершении главы «Число», проводя временную черту в проблеме поиска «сущности и смысла чисел», автор отмечает, что можно предположить, что все опыты «логизирования» и «универсализирования» числа есть старая парадигма Лейбница.

Ключевые слова: философия математики, символ, знак, число, предматематика, предматематическое бессознательное, язык

1. Вместо введения.

1.1. Настоящий очерк является в определенной степени продолжением моего более раннего эссе «Вольные философско-математические штудии. Очерк четвертый. Вероятность, время и число» [6], а также естественным продолжением цикла очерков «Космос математики» [7-10].

Как вы могли не случайно заметить, термин (понятие) «число» - опять на третьем месте. В первом случае после «вероятности» и «времени», а в данном случае – после «символа» и «знака». Это ни в коем случае не означает, что автор умаляет значимость такой философской и математической универсалии как число. Это, скорее, означает: откуда бы мы не брали начало, мы почти неизбежно приходим к числу, т.е. к попытке

численного или количественного отображения разных граней космоса и нашего земного человеческого мира. «Все ли есть число?» вопрошает философ математики В.В. Целищев [45]. Разумеется, что нет (в естественном человеческом смысле). Но если подойти с позиций арифметико-кибернетических, то вполне может оказаться, что всё, в виртуальном и реальном мире, есть число...

1.2. «За понятием числа должно признать более тонкую структуру, чем у большинства понятий других наук, хотя оно и является простейшим арифметическим понятием» [43].

1.3. «Прежде всего следует отметить, что отчетливость понятия числа значительно превосходит то, что мы называем геометрической интуицией» [42].

1.4. «Число как первопринцип есть вечно творящая сила расчленения и сочленения. Врываясь в бытие, эта сила разрывает его на отдельные, изолированные моменты и заново объединяет их в новую, уже не возможную только, но вполне действительную координированную отдельность. Первопринцип есть эта мощь числовых становлений» [23].

1.5. «Сам акт написания бессмыслицы придает ей смысл, и трудно становится отрицать существование того, что получило какое-то название...» [14].

1.6. «Самая великая тайна – как бесконечность может уместиться в конечной форме. Это конечная форма бесконечного знания» [24].

1.7. «В отличие от современной математической картины мира (типа древа математических структур Бурбаки и др.) все элементы которой суть сугубо математические объекты, научная картина мира пифагорейцев – их мирострой «космос» (сам термин «космос» впервые был введен в научный обиход пифагорейцами [46]) – включала элементы математического и нематематического характера... В пифагорейском космосе началами всего суть числа, а последние в понимании пифагорейцев (особенно поздних)

должны были обладать неким, так сказать, «именно - цифровым дуализмом» [47].

1.8. «Символ и социальность не могут существовать друг без друга. Появление символа означает факт социальности» [38].

1.9. «Действительные числа следует рассматривать скорее как некоторую математическую идеализацию, чем как реальную меру физически объективных величин» [31].

1.10. «Математика – не только описание абстрактных конструкций, но также и феномен человеческой культуры» [26].

1.11.1. Как обычно – краткие субъективные комментарии автора к вышеозвученным афоризмам.

1.11.1.2. Тонкая структура числа Фреге – для меня по-прежнему остается загадкой. Мне трудно осмыслить утверждение логика и формалиста об особенностях «тонких» и «толстых» структур. Видимо, я так думаю, Фреге здесь отгалкивается от геометрических понятий «тонкой» и «толстой» («жирной») линии? Но в целом, если не утрировать, Фреге наверное прав – богатство структуры числа еще во многом нам не понятно. Возможно, что число – это эквивалент и сущность монады Лейбница? Первопринцип А.Ф. Лосева или что-то еще, изначально сложное, где сходятся макро и микромир?

1.11.1.3. Аурелио Фосс, конечно же, замечательный философ математики, но, на мой взгляд, понятие числа и геометрическая интуиция – разнопорядковые вещи и абстракции. Хотя бы потому, что существует числовая или арифметическая интуиция, а геометрическая интуиция производит необъятное множество геометрических понятий. И тем более, что соотношении интуиции и понятий – одна из самых благотворных и бесконечных тем для философов и психологов, и в математике – это *terra incognita*! Как переходят интуиции в понятия – скорее, это творчество каждой неповторимой субъективной реальности.

1.11.1.4. А.Ф. Лосев, один из совсем немногих философов, которые уделили такое серьезное внимание прочтению и объяснению оснований

космоса математики. Несмотря на феноменологические устремления и своеобразную диалектику Алексея Федоровича Лосева, все же он эстет, романтик и в значительной степени – мистик (таково мое субъективное мнение на данный момент). Видимо поэтому, многим (в том числе и мне) недоступна диалектико-мистическая глубина размышления и построения А.Ф. Лосева о числе и других понятиях и гранях космоса математики.

1.11.1.5. Не скрою, что изречение Тобиаса Данцига – один из любимых моих афоризмов. Когда я читаю некоторые тексты по математической логике, по теории категорий и топосов или по теоретико-множественным основаниям математики, я испытываю священный ужас от глубоко законспирированного в них смысла, который доступен только единицам посвященных в эти шумеро-египетские таинства...

Но весь «фокус» современного земного космоса математики в том, что любой знак и символ, используемый в науке математике, имеет такую же степень таинственности: мы, как правило, не знаем его генезиса и редко понимаем его неисчислимое богатство взаимосвязей и взаимовлияний с другими символами и знаками – оттого все операции внутри этого космоса часто воспринимаются как магия.

1.11.1.6. Бесконечное в конечном, и конечное в бесконечном – это как «инь» и «ян» в китайской философии. И всё для того, чтоб в итоге сказать: $A=A$, а $2*2=4$.

1.11.1.7. Я все же склоняюсь к версии, что «космос» пифагорейцы заимствовали у Гераклита, и, по-видимому, пифагрейцев было не один, не два, не три, а как минимум, несколько десятков. Вероятно, что и пифагорейских «космосов математики» существовало не один десяток (это тема археолого-герменевтических реконструкций). Главное – это неутолимая жажда – множить и выращивать знаки и символы, отталкиваясь от простых чисел. И эта жажда умножения и выращивания знаков и символов, соединяемых в немислимых комбинациях и сочетаниях, сохранилась сквозь

века и тысячелетия и по-прежнему процветает в отдельных «уголках» современной математики.

1.11.1.8. Социальность математических символов – это первозданные джунгли, где редко ступает нога только самого отчаянного философа.

1.11.1.9. Не только действительные числа, но вся совокупность математических символов, знаков и чисел – это сплошная математическая идеализация, только изредка прикасающаяся к реальности объективных величин и объективного мира.

1.11.1.10. Как описание абстрактных конструкций, математика – это дело математиков. А вот как феномен человеческой культуры – математика – это дело философов и иных гуманитариев.

2. Символ.

2.1. «Символ – условный, чувственно воспринимаемый объект, обозначающий (замещающий, представляющий) другой (один и более, отдельный и взятый в том или ином отношении, свойстве, смысле вместе с другими) объект, и вбирающий, сохраняющий, несущий, передающий некоторое сообщение (информацию, знание) о последнем; «...в широком смысле – образ, взятый в аспекте своей знаковости... в науке (логике, математике и др.) – то же, что знак» (С.С. Аверинцев)» [36].

2.2. «Символ (греч. symbolon – знак, опознавательная примета; symbollo – соединяю, сталкиваю, сравниваю) – в широком смысле – понятие, фиксирующее способность материальных вещей, событий, чувственных образов выражать идеальные содержания, отличные от их непосредственного чувственно-телесного бытия. Символ имеет знаковую природу, и ему присущи все свойства знака. Однако, если вслед за Гадамером сущностью знака признавать чистое указание, то сущность символа оказывается большей, чем указание на то, что не есть он сам» [33].

2.3. Символ многомерен, и, возможно, многозначен. О символе много и замечательно писал А.Ф. Лосев. Как всегда глубоко, метафорично и с мистическим обрамлением. В данном случае мне нравится метафорическое

определение философа И.Левина: «Символ – это прибор, установленный в «болоте», но в котором мы видим отражение чего-то, что находится уже вне болота, над ним» [22].

Но также И.Левин приводит более строгое определение: «Символ не метафора... В символе же фиксируется то, что не дано, о чем имеется лишь неясная догадка... Сущность символа, в отличие от знака, заключается в том, что он обладает двумя связанными между собой значениями: собственным и несобственным, прямым и переносным, символизирующим и символизируемым... В плане коммуникативном символ является средством намёка, «настройки» интеллекта на определенный лад» [22].

2.4. Гуманитарии явно не равнодушны к понятию (и термину) «символ» и написали по этому поводу сотни монографий и многие тысячи статей (так я полагаю априори). Математики относятся к этому понятию (термину) настороженно и употребляют довольно редко и даже крайне редко. Не буду погружаться в различия между понятием и термином. Как правило, понятие более многообразно, метафорично и расплывчато (со мной не согласятся любители строгих понятий), а термин, как правило, более четко и конкретно определен, более однозначен и менее амбициозен (выражаясь в стиле А.Ф. Лосева – так мне сейчас показалось – А.В.).

Математики боготворят число, а символ предпочитают заменять понятием «знак».

В одной из моих любимых книг: Морис Клайн «Математика. Утрата определенности» [20] практически полностью отсутствуют термины «символ» и «знак», хотя есть одно рассуждение о «семантических противоречиях», а сама книга, на мой взгляд, весьма насыщена обилием семантических проблем внутри математической науки и производит впечатление, что книгу писал гуманитарий. Но Морис Клайн – математик.

В другом издании, опять же любимом моем учебнике (точнее, учебном пособии): Ю.Л. Ершов, Е.А. Палютин «Математическая логика» [15], сплошь переполненным символами и знаками, понятие символа встречается только

однажды: «Под буквой мы понимаем знак, который рассматривается как целый, т.е. знак, части которого нас не интересуют. Букву будем называть также символом (иногда слово «буква» будет иметь и обычный смысл, например «латинская буква», «строчная буква»)» [15].

Видимо, такой подход позволяет утверждать об однозначности понимания символа и знака любым здравомыслящим математиком, и позволяет утверждать истинность любого символа и знака, не рассматривая его взаимосвязи и взаимопревращения, ибо это уже не математика, а философия или семиология.

В классическом учебнике (учебном пособии): В.А. Садовничий «Теория операторов» [34] полностью отсутствуют определения и символа и знака, что еще раз подтверждает гипотезу интуитивного и однозначного усвоения математиками понятий символа и знака уже на первом курсе высшего учебного заведения. Соответственно, на последующих курсах нет необходимости рассматривать сущность, содержание и различие понятий «символ» и «знак», что вполне подтверждает гипотезу о том, что «символ» и «знак» - это не проблема точных наук, а проблема всеядной и неконкретной гуманитаристики.

2.5. Видимо, только досужие интуиционисты да конструктивисты озабочены уточнениями по поводу «символа» и «знака».

2.5.1. П.Мартин-Лёф: «Все рассматриваемые нами объекты должны быть конструктивными объектами, т.е., конечными конфигурациями знаков. Эти знаки, которые могут быть непосредственно распознаны как разные или различные, рассматриваются как далее неразложимые атомы. Конструктивные объекты должны рассматриваться как конкретные объекты, т.е., в конечном счете как существующие во времени и пространстве» [25].

Здесь мы видим очень конкретную попытку: развернуть сущность знака во времени и пространстве, не потеряв при этом его однозначного толкования.

2.5.2. Предшествуя зарождению интуиционизма, А.Пуанкаре поставил под сомнение попытки логицистов свести математику к логике: символика логицистов – это путы, сдерживающие математическое творчество. Так говорится в замечательной книге М.И. Панова «Методологические проблемы интуиционистской математики» [30].

2.5.3. Герман Вейль, выдающийся математик и замечательный философ, значительное время поддерживающий интуиционистов, писал: «Формальный логик охотно игнорирует также и то, что подавляющее большинство понятий нечетки (причем нечетки по самой своей сути и эту нечеткость не следует считать их недостатком), их объем расплывчат... В математике же мы имеем дело лишь с четкими сущностями» [3].

С первой частью, о нечеткости понятий, я вполне согласен. Но трудно согласиться с тем, что в математике мы имеем дело лишь с четкими сущностями. У меня на этот счет имеются большие субъективные (интуитивные) сомнения. Хотя, современные российские философы математики, именующие себя фундаменталистами, вполне убеждены, что математика имеет дело лишь с четкими сущностями [4, 32, 44].

2.5.4. Следует вспомнить и Л.Брауэра, главного интуициониста XX века и главного борца с формалистами, пытающимся «свести математику к комбинаторной игре символами, формулами, знаками, лишенными всякого содержания» [30]. В пылу полемики Л.Брауэр иногда принижал роль языка в математике и утверждал, что «язык не играет никакой другой роли, как эффективной, но не безошибочной и точной техники для запоминания математических построений и сравнения их с другими» [цит. по 30].

На мой взгляд, математика все же ближе и роднее с языком, чем предполагал Л.Брауэр. Непонимание многими математиками и философами математики этого изначального и глубинного родства с языком, и того, что математика есть эволюционно-исторический продукт человеческого языка и мышления, вносит изрядный хаос в математическую науку в процессе создания математических образов, символов и знаков, которые часто

оказываются примитивными и однобокими («невызревшими»), и поэтому искажают математическую мысль, делая её грубой, неэстетичной, не прозрачной и трудно воспринимаемой.

Как утверждает выдающийся лингвист Г.Гийом: «Математика имеет отношение к языку, ибо научное любопытство, особой формой которого она является, берет свое начало на более и менее высоких уровнях языкового восхождения от наблюдения к пониманию... Математика представляет собой такое любопытство, обращенное исключительно (или почти исключительно) к высшим мысленно представляемым реальностям... Надлежащее применение математики к науке о языке требовало бы полной её переработки в виде предматематики, где можно было бы увидеть, как способности представления завершением своего действия порождают логические способности рассуждения, являясь их предвестником у человека мыслящего» [12].

По моему субъективному мнению, Г.Гийом говорит здесь о том, что математики (в своем подавляющем большинстве) равнодушно относятся к «ментальной турбулентности» языка и мышления, не пытаясь прояснить для себя её глубинные эволюционно-исторические основания, определяющие последующую структуру и содержание языка и мышления, их космическое устремление к порождению смыслов, образов, символов и знаков, выражающих синергетику и синкретичность познающей мысли.

Предматематика Г.Гийома – это и есть тот глубинный уровень, где осуществляется синтез «ментальной турбулентности» человеческого языка и мышления, порождающих образы и символы, репрезентирующие и моделирующие идеальное отображение познаваемого мира (макро- и микрокосма). Возможно, что по качеству и пропорциям, математика и предматематика соотносятся как сознательное и бессознательное в психике человека.

2.6. Вернемся еще раз к философскому пониманию символа.

Эрнст Кассирер, создавший в 1923-29 гг. свой феноменологический и культурологический труд «Философия символических форм» (и, кстати, во многом обусловивший «поворот» феноменологии М.Хайдеггера к поэтической метафизике и феноменологической экзистенции – А.В.), заложил основы теории символа сквозь призму мифа, языка и науки. Символ, как ядро философии культуры Э.Кассирера предстает как формальный синтез чувственного многообразия [19]. Как своеобразная идеальная форма отражения реального мира.

У К.Г. Юнга, символ, как универсальный образ, проявляется в виде архетипа коллективного бессознательного (весьма, кстати, трудноуловимого и почти эфемерного).

Несмотря на то, что символу уделяли большое внимание К.Леви-Стросс, Б.Рассел, Л.Витгенштейн, Г.Гадамер и многие другие, как считает А.В. Иванов [16], общепризнанной трактовки понимания «символ» пока еще не выработано.

Неудивительно, что и в математике понятие «символ» (опять же на мой субъективный взгляд) не имеет какого-либо общепринятого, ясного и четкого понимания и общепринятой интерпретации.

2.7. Возвращаясь к архетипам бессознательного К.Г.Юнга. Имея архаический характер, как глубинный изначальный образ, воспринимаемый бессознательно и интуитивно, и изредка проявляясь на поверхности сознания – архетип представляет собой удобный символ-конструкт для объяснения процессов, происходящих в области предматематики или в области предматематического бессознательного.

Если для объяснения феномена предматематики привлечь еще понятия «семантического вакуума» и «семантических фильтров», а также конструкт «спонтанности сознания» (все эти образные термины-понятия развивались в работах В.В. Налимова [27, 28, 29]), то мы получаем образ-понятие или конструкт семантического поля, наполненный древними архетипами бессознательного, который и является праобразом-моделью (структурно-

функциональной) фундаментальных оснований предматематики, присутствующей в психике любого человека, как и все бессознательное и предсознательное, наследуемое в череде поколений. Степень или особенность проявления предматематического бессознательного в процессе онтогенетического развития индивидуума взаимодействует и коррелируется со всей структурно-функциональной системой гиперсети мозга и сознания, включая зависимость от психофизиологических и иных механизмов (систем) человеческого организма.

Проявление бессознательного предматематического возможно (в некотором начальном виде) отслеживать на всех этапах возрастного развития индивидуума, привлекая эти данные для более адекватного объяснения математических способностей и математического творчества. Различия в математических способностях, как и различия в математическом мышлении и творчестве (в таком случае) вполне рационально объясняется различием конфигурации семантических структур и функций бессознательного и сознания, в зависимости от наличия или отсутствия «черных дыр» и иных «дефектов» предматематического бессознательного и «туннелей» перехода при формировании осознаваемых математических символов, знаков и понятий или образов, представлений.

Вышесказанное – это всего лишь эскиз или абрис (рабочая гипотеза) для начала работы над расшифровкой феномена предматематики, которую возможно попытаться осуществить в ближайшее время. Естественно, что это будет, по преимуществу, мысленное экспериментирование, сопровождаемое объяснительными схемами и «мягкими» моделями гипотетического характера. Ибо, можно предполагать, что предматематика – это айсберг, вершина которого, видимая над водой – это и есть «вавилонская башня» современной математики.

2.8. Символическое, вероятно, в значительной степени рождается во взаимодействии сознания и бессознательного. Механизм порождения символического известен нам только гипотетически. В этом ракурсе имеет

смысл рассмотреть точки зрения философов (и метафизиков) на природу и появление символического.

2.8.1. Уже неоднократно цитируемый мною философ Иосиф Левин, рассматривая, по-преимуществу, природу метафизического символа, отмечает следующее: «Никакое мировоззрение, уже в силу того, что оно мировоззрение, не может обойтись без символов, ибо само слово «мир» - как всеобъемлющий единый и целостный объект «воззрения» - уже есть символ... В частном случае, - именно математический аппарат физики, являющийся её самым мощным орудием – вынуждает её отвлекаться от качественных сторон действительности. Уже самые отправные точки науки – логико-математический порядок сущего, не говорят уже о начале целесообразности или духа, не поддаются объяснению на языке науки... Язык науки – язык терминов, т.е., однозначных слов со строго очерченным значением. Слово – символ же всегда окружено зоной неопределенности, и эта неопределенность, по-видимому, не только субъективна, но и объективна [22].

2.8.2. В.В. Ильин, рассматривая композицию научного знания как иерархии взаимопроникающих, функциональных комплексов, включающих лингвистическую, логическую, референциальную и рефлексивную системы, предполагает, что «лексические понятия как стихии представлены в науке в плоскости «форма» - формализация, жесткие правила оценки вида, порядка знаков (символов) и «содержание» - интерпретация, установление референциональных связей знания... дифференцирующего звенья цепочки «знак – лексическое понятие – денотат» и сознательно оперирующей разграничением «типов символов (знаков) и «типов объектов» в познавательной деятельности» [18].

Так как в логической системе имеет место семантическая детерминация, а знание – есть симбиоз форм (вид, порядок символов) и содержания (расшифровка символов), В.В. Ильин (вслед за Геделем и

Тарским) считает, что редукция содержания к форме в случае семантически достаточно богатых систем исчерпывающей и полной быть не может [18].

То есть, без обращения к метафизике, невозможно адекватно интерпретировать семантику естественных языков (думаю, что также и искусственных – А.В.) и полная формализация (или предельно тотальная знаковая символизация) не дают нам адекватного знания смыслового содержания нашего мира (космоса, вселенной, природы). Или, говоря языком Л.Витгенштейна: «Никакое исчисление не способно решить проблем философии».

3.Знак.

3.1. Знак – материальный чувственно-воспринимаемый предмет, выступающий в познании в качестве указания, обозначения или представителя другого предмета, события, действия [36].

3.2. «Значение – сложное, иерархически организованное образование, состоящее из более дробных компонентов, иногда называемых схемами, семантическими признаками, атомами смысла и пр. Их выделение и выяснение отношений между ними – смысловой, семантический анализ значения – задача психосемантики экспериментальной» [35].

3.3. «Понимание знака невозможно без выяснения его значения – предметного (обозначаемый им объект). Денотат – суть предметное значение знака – это то, что понимает под ним пользователь данного знака... Анализ знака занимал (и занимает) важное место в философии, логике, лингвистике, психологии и т.д... Большое значение для создания теории знака имеет исследование формализованных знаковых систем, проводимое в рамках математической логики и метаматематики... Задача построения синтетической концепции знака до сих пор не решена. Это обусловлено прежде всего тем, что знаки принадлежат к сложным структурным образованиям, методы исследования которых пока еще в достаточной мере не разработаны» [13].

3.4. «Семиотика (греч. semeion – знак) – научная дисциплина, изучающая производство, строение и функционирование различных знаковых систем, хранящих и передающих информацию... Границы семиотики подвижны, она является пограничной дисциплиной и объединяет различные подходы. Принято выделять логико-математическую семиотику, так называемую «металогику» (которая изучает метатеоретическими средствами свойства логических и математических систем, искусственных формализованных языков, представлена в исследованиях Б.Рассела, Д.Гильберта, К.Геделя, А.Черча, Карнапа и др.) и гуманитарную семиотику (семиотика языка и литературы).

Основные принципы «науки о знаках» были сформулированы Пирсом. В трудах Соссюра разрабатывалась лингвистическая ветвь (это две семиологические парадигмы (семиотика знака (Пирс) и семиотика языка как знаковой системы (Соссюр). Существует и третья тенденция, выражающая стремление снять противоречие между этими двумя позициями (парадигмами)... По мере развития семиотики понятие «знак» постепенно отходило на второй план, уступая место понятию «текст» - интегрированному знаку, проводнику функции и значения, применяемому для обозначения любой сквозной последовательности знаков – высказываний [41].

3.5. Все предыдущие фрагменты (3.1; 3.2; 3.3 и 3.4.) являются необходимым введением в проблемное поле «знака» и весьма сокращенно очерчивают ситуацию с пониманием «знака» в математическом познании. Будучи скорее сторонником третьей (синтетической) парадигмы семиотики (синтез Пирса, Соссюра и других исследователей), предполагаю, что имеет право на существование и четвертая парадигма – глубинно-синергетическая или семиотика предматематики, отталкивающаяся от психосистематики Гюстава Гийома, от эволюционной психологии, нейрофизиологии, синергетики, семантики и системного анализа.

3.6. Рассматривая проблему «означающее и означаемое» Г.Гийом обращал внимание на основной дуализм физического и ментального, т.е., лингвистическое наблюдение, чтобы быть полным, должно включить физически видимую сторону (непосредственно видимую), а также сторону, видимую ментально, мысленно (нефизически видимую сторону), которая в языке, как речевой деятельности скрыта за физически видимой: «Язык, если можно так выразиться, овеществляет ментальное. Ментальное обращается к физическому, которое должно обеспечить ему чувственное восприятие через зрение или слух, т.е., прибегая к сенсорным чувствам, ограниченная роль которого заключается в физическом воспроизведении ментального, а это воспроизведение никогда не будет слишком верным изображением ментального, которое оно старается передать.

На протяжении всей своей долгой структурной и архитектурной истории человеческий язык представляет собой непрерывный поиск, непрерывное порождение такой оптимальной передачи» [12].

Далее, Гийом говорит о том, что оптимум, улучшение которого невозможно, не поддается пониманию и при сохранении возможности вероятность его возникновения равна нулю, т.е. оптимум оказывается в высшей степени невероятным.

На мой взгляд, в данном утверждении Гийома есть существенная корреляция с теоремой Гёделя о неполноте, а также указание на вероятностную природу знаковых и символических (семантических) систем, что прямо или косвенно может говорить о невозможности абсолютной (или предельно полной) формализации любой теории или гипотезы, или исчерпания любого текста, любой знаковой системы.

3.7. В свете фрагмента 3.6 я в значительной мере разделяю высказывание философа науки В.В. Ильина, что «вся деятельность человека – знаковая (это, конечно, очень сильная метафора и с ней трудно согласиться – А.В.). Одно из распространенных пониманий человека так и связывает его *differentia specifica* со способностью быть знаково-символическим

существом, оперировать символами и знаками. Разветвленная знаковая деятельность... развилась вследствие ограниченности и недостаточности механизмов биологического кодирования и трансляции информации для видового самосохранения и прогресса Homo Sapiens... Поэтому для воспроизведения социальности потребовались принципиально иные средства – внебиологические. Так возникла культура как механизм внебиологической знаковой трансляции, как социокод, обеспечивающий закрепление, хранение и передачу гуманитарных ценностей в широком смысле слова, делая их продуктами последующего потребления» [17].

3.8. Лингвист и психолог Р.Якобсон так оценивает место знаков в нашей психической деятельности: «Знаки – необходимая поддержка для мысли. Для мысли, обращенной к обществу (стадия сообщения), и для мысли, находящейся в процессе подготовки к этому (стадия формулировки). Наиболее обычной системой знаков является собственно речь; но внутренняя мысль, особенно когда эта мысль творческая, охотно использует другие системы знаков, более гибкие и менее стандартизированные, чем речь, и которые оставляют больше свободы подвижности творческой мысли» [цит. по 1, 40].

3.9. Философ математики В.Н. Тростников, отталкиваясь от вышеприведенного высказывания Р.Якобсона, приходит к выводу, что некоторые представители семиотики, испытывающие влияние логического неопозитивизма, повторяют заблуждение неопозитивизма, будто научные проблемы можно решить на формальном (в случае семиотики – на знаковом) уровне, не переходя на содержательный уровень, поскольку непонятно, что он собой представляет» [40].

В.Н. Тростников предполагает, что помимо интереса математиков к универсальным структурным элементам, у большинства математиков возникает необходимость в использовании неопределенных визуальных образов в своей мыслительной работе.

3.10. В связи с предыдущим фрагментом (3.9.) у меня появился соблазн еще раз процитировать высказывание Норберта Винера (ранее я уже дважды его цитировал в прежних публикациях): «Кстати, я убежден, что если существует какое-то одно качество, которое отличает действительно талантливого математика от его менее способных коллег, то оно состоит в умении оперировать временными, только ему понятными символами, позволяющими выразить возникающие идеи на некоем условном языке, который нужен лишь на определенный отрезок времени. Если математик не обладает этим умением, он никогда ничего не достигнет, так как сохранить мысль в несформулированном виде абсолютно невозможно» [5].

В данном случае я снова нахожу подтверждение о существовании области (бессознательной реальности) предматематики, архаические элементы (архетипы) которой присутствуют в сознании, мышлении и творчестве современных математиков.

4. Число.

4.1. Число, как знак и как символ, для моей субъективной реальности (в настоящее время) – одна из главных тайн бытия и одна из главных загадок космоса математики.

В.А. Стеклов находил число эволюционным изобретением. Он считал, что «первобытные народы не имеют понятия о так называемом отвлеченном числе и всегда связывают с представлением числа представление о числе каких-либо определенных одинаковых между собой предметов... Это происходит от того, что они не додумались до языка чисел... пока с развитием речи не изобрели особых слов, которые мы называем числами... Несомненно одно, что к открытию чисел привели наблюдение и опыт над реальными вещами» [37].

4.2. Для меня также является тайной и загадкой существование трансцендентных чисел. Если со всеми другими числами, так или иначе приходишь к выводу, что они есть все таки изобретение человеческого ума, менее или более поднаторевшего в изобретении и манипулировании знаками

и символами, то в случае трансцендентных чисел – начинаешь склоняться к мысли, что это творения космического разума...

В 80-е годы прошлого века меня поразили один фрагмент (по поводу этих космических трансцендентных чисел) из книги философа математики М.И. Панова: «Но до сих пор не существует метода, который дал бы возможность определить, является ли любое произвольное число трансцендентным или нет. Больше того, как подчеркивает А.О. Гельфонд, имеются целые классы вполне определенных чисел, об арифметической природе которых ничего не известно. И теорема Кантора, гласящая, что трансцендентных чисел существует бесконечно много, ничем не может здесь помочь» [30].

Если в философии трансцендентное – это нечто выходящее за пределы возможного опыта и недоступное теоретическому познанию (практически синоним «божественного»), то как собираются математики проникнуть в запредельное и объяснить эту космическую (трансцендентную) сущность?

4.3. Российский философ Иосиф Левин, считавший, что математика – есть наука об общих началах порядка и единообразия в космосе, полагал, что «проникновение необходимости и оформление ею хаоса в космосе является сложным и многообразным... Пока необходимость не реализована – она есть в возможности. Она актуальна при наличии космоса – мира вещей, но не обязательно нашего космоса, а любого из возможного миров. Невозможен такой космос, такой мир вещей, который обходился бы вовсе без этого логико-математического аппарата» [22].

Но возникает вопрос: наша субъективная реальность, наше сознание во многом определяются идеальными сущностями: маловероятно, что эти идеальные сущности оперируют логико-математическим аппаратом, и что в них фундаментом является числовая конструкция типа «0», «1» и тому подобное, как мы имеем в искусственных кибернетических системах и как мы привыкли познавать наш человеческий космос вещей. Тогда можем ли

мы считать, что число – есть сущность любого из миров, или любого космоса?

Может, все таки, это наше земное изобретение, обусловленное нашей земной эволюцией?

4.4. Возвращаясь к титанической монографии А.Ф. Лосева «Диалектические основы математики» и к его метафизической (или, как полагал сам автор – диалектической) «общей теории чисел» [23].

Если отталкиваться от математического фундаментализма земной цивилизации, то, возможно, А.Ф. Лосев прав, постулируя, что «число как первопринцип есть вечно творящая сила расчленения и сочленения». Так мы его приемлем в нашей рационализируемой реальности, полагая, что анализ и синтез – это и есть смысл бытия вселенной.

Но дальше, «врываясь в бытие, эта сила (число) разрывает его на отдельные, изолированные моменты и снова объединяет их в новую, уже не возможную только, но вполне действительную координированную раздельность. Первопринцип есть эта мощь числовых становлений» [23].

Но ведь это же – лишь один из возможных вариантов наших представлений, основанный на препарировании, расчленении познаваемой реальности! И далеко не единственный и не абсолютный!

Разложив жизнь на число – разве мы не теряем саму жизнь? Человеческое сознание, расписанное в формулах и разложенное по ячейкам отдельных функций – разве оно сохраняет цельность неповторимого сознания отдельной взятой личности?

Вложить в одну формулу все богатство мира – это же принцип средневековой магии, отрицающей ценность любого индивидуального человеческого бытия.

4.5. В параграфе «Число и время» А.Ф. Лосев проявляет себя как самый тотальный феноменолог (затмевая самого Э.Гуссерля): «Число и время – мощь и напряженность бытия, лишенная внешнего и случайного, это обнаженное сердце бытия, откуда вечно льются животворные и

одушевляющие потоки мировой жизни, откуда творится и сама судьба бытия и мира. Число есть смысл времени, а время есть жизнь чисел» [23].

Удалив случайность, спонтанность и все внешнее, т.е. проделав операцию полнейшей абстракции и идеализации бытия, А.Ф. Лосев «ничтоже сумняшеся», наделяет свое идеализированное, абстрактное бытие (в духе Э.Гуссерля) оживляющим потоком эманации (в духе А.Бергсона) и сводит смысл времени к числу, а время – к жизни чисел. Вопрос – куда исчезает при этом бытие, и где здесь место для «животворных и одушевляющих потоков мировой жизни»?

4.6. Завершая (на данном этапе) рассмотрение философии теории чисел А.Ф. Лосева, мы имеем в итоге «Время как модификацию счетности» и само бытие, все богатство жизни и сознания – это всего лишь «число и время».

С точки зрения духовного смысла человеческого бытия – какая-то совсем печальная картина, но очень похожая на модную в начале XXI века парадигму техногенеза, звучащую как: «Давайте уйдем всей нашей земной цивилизацией и биосферой в цифру и будем жить в виртуальных мирах, где только есть число и время».

4.7. В такой же мере для меня загадочна попытка Г.Фреге [43] путем создания абстрактного понятия, освобожденного от психологических ассоциаций и представлений, свести число к разновидности логического метода получения следствий и разрешения всех парадоксов чисел исключительно путем логических конструкций и манипуляций. По моему мнению, логический структурализм Г.Фреге – это и есть «простое оперирование значками», которого он хотел в итоге избежать в своем проекте логизирования математики.

4.8. В итоге, проводя временную черту в проблеме поиска «сущности и смысла чисел» можно предположить, что все опыты «логизирования» и «универсализирования» числа – есть старая парадигма Лейбница, мечтавшего создать синтез «всеобщей математики» и «универсального языка», «в котором бы нивелировались семантические и синтаксические

недостатки языка естественного и который стал бы своего рода алгеброй человеческого мышления, позволяющей получить уже (из) известных истин новые истины путем точных вычислений» [48].

5. Заключительные замечания.

5.1. Если следовать философии Э.Кассирера: любое знание начинается с семиозиса (процесса функционирования знаков). Знак в культуре рождается каждый раз заново при его восприятии индивидуальным сознанием – мы почти неизбежно приходим к выводу о существовании субъективной математической реальности, т.е., каждый математик, даже оперируя общепринятыми знаками, может вкладывать в них свой образ понимания и свои оттенки смысла.

Далее (у Э.Кассирера), символические формы создают среду и любая информация о мире опосредована знаками, так как сознание обусловлено символическими формами, а символические формы – это живые развивающиеся системы, аккумулирующие и транслирующие опыт человека. Применительно к математической форме познания мира это означает, что наука математика, является символической средой, в которой живут и развиваются обособленные математические системы (методы и школы, персоны и поколения). Можно идентифицировать такого рода системы, как социальные математические сети [21], но понятие живых математических систем (организмов) даст более богатые возможности исследования и интерпретации такого рода функциональных эволюционирующих образований. Совокупность всех математических «живых» систем создает своеобразный «социальный космос математики», который является и метафорой и действующей моделью самого себя. С точки зрения макро- и микросоциологии, социальной психологии, семиотики, синергетики и философии культуры – это прекрасный и богатейший объект для системных исследований. Но крайне малодоступный, живущий в самом себе и в значительной степени изолированный как от общества, так и для научного наблюдения и исследования.

5.2. Выдающийся советский психолог Л.С. Выготский считал, что человек в отличие от животных, семиотизирует, превращает знаки в сообщения (думаю, что у многих высших животных тоже существуют элементарные знаковые прототипы – А.В.). Все, что значимо для человека в окружающем мире, отражается в его семиотической системе, которая в свою очередь организует и структурирует психику человека и стимулирует его развитие [11].

Отсюда следует, что помимо математического мышления и творчества, существует также математическое сознание, математическое бессознательное, установки, специфические эмоции и в целом, социальная психология математика, которая крайне редко бывает объектом и предметом исследования, а точнее, математики – это такие субъекты, которые крайне опасаются контактов с наукой психологией.

5.3. В процессе написания настоящего очерка, почти случайно столкнулся с монографией известного философа науки Л.Г. Антипенко «Математический универсум Хайдеггера» [2]. К своему сожалению признаюсь, что его фундаментальной и более ранней работы «Проблема физической реальности» (1973) мне пока прочесть не удалось, но уже имею намерение. Книга «Математический универсум Хайдеггера» меня, разумеется, заинтересовала, и в первом приближении я с ней познакомился. Первое впечатление (вполне может быть обманчивым): Хайдеггера в монографии оказалось совсем не много и «универсум» баварского мага для меня остался загадкой. Но блестящая эрудиция (историческая, философская, естественно-научная) Л.Г. Антипенко доставила удовольствие и желание – читать снова и очень медленно во второй и третий раз.

По поводу «математического универсума Хайдеггера», мне думается, что это очередной миф и искусственно раздуваемая тема. Мы уже все знаем «великого и неподражаемого математика Альберта Эйнштейна», теперь на горизонте появился Хайдеггер.

В декабре 2021 года (также по счастливой случайности) я прочел книгу философа В.Тасича «Математика и корни постмодернистской философии», и меня, конечно, поразил тот факт, что М.Хайдеггер упоминается в ней большее число раз, чем Д.Гильберт, Г.Вейль, А.Пуанкаре и даже И.Кант. До этого времени я не подозревал, каково глубинное влияние М.Хайдеггера на судьбу развития математической науки XX века.

О чем же говорит «великий философ математики» М.Хайдеггер (ниже привожу несколько цитируемых фрагментов из вышеупомянутой книги В.Тасича).

а) «Математика в изначальном смысле изучения того, что уже известно, является фундаментальной посылкой всей академической работы... Следовательно, мы должны сейчас показать, в каком смысле основания современного мышления знания являются существенно математическими»;

б) «Постоянно апеллируя к логическому, человек создает иллюзию, что он прямо входит в мышление, когда на самом деле от отрывается от него»;

в) «Один из жгущих вопросов касается пределов и обоснования математического формализма, в сопоставлении с требованием немедленного возвращения к интуитивно данному природой... Этот вопрос не может быть решен путем либо то, либо другое, либо формализм или непосредственное возвращение к интуитивному определению вещи; потому что природа и направленность математического проекта участвуют в принятии решений об их возможной связи с интуитивно отрицаемым и наоборот»;

г) «Математический проект состоит в предвосхищении сущности вещей, тел; при этом основной план строения каждой вещи набросан заранее»;

д) «Показывая, что все виденное основано в первую очередь на понимании, мы лишаем чистую интуицию её приоритета... «Интуиция» и «мышление» являются производными от понимания и уже довольно отдаленными. Даже феноменологическая интуиция сущностей основана на экзистенциальном понимании» [цит. по 39].

Признаюсь честно, что цитаты из работ Хайдеггера я включил в настоящий очерк для математиков, в надежде, что они откроют их глубинный смысл и значение для понимания математического универсума.

Для меня этот факт (гипотеза) об особенном и исключительном математическом универсуме М.Хайдеггера оказался недоступен и необъясним. Образно выражаясь, похожим на очередной «летучий голландец» околонуточной мифологии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Адамар Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики. М.: Советское радио, 1970. — 152 с.
2. Антипенко Л.Г. Математический универсум Хайдеггера / Л.Г. Антипенко. — М.: «Канон-1-» РООИ «Реабилитация», 2015. 192 с.
3. Вейль Г. Математическое мышление / Пер. с англ. и нем. – М.: Наука, 1989. – 400 с.
4. Вечтомов Е.М. Метафизика математики. Киров: Издательство Вятского ГГУ, 2006. — 508 с.
5. Винер Н. Я – математик. 2-е изд., стереотип. / Пер. с англ. – М.: Наука, 1967.
6. Винобер А.В. [Вольные философско-математические штудии. Очерк четвертый. Вероятность, время и число](#) // Коэволюция и ноосфера: исследования, аналитика, прогнозирование. 2022. №3(19). С. 22-48.
7. Винобер А.В. [Космос математики. Очерк первый. Три измерения](#) / А.В. Винобер // Биосферное хозяйство: теория и практика. 2024 № 5 (70). С. 11-38.
8. Винобер А.В. [Космос математики. Очерк второй. Истоки](#) / А.В. Винобер // Биосферное хозяйство: теория и практика. 2024 № 6 (71). С. 20-49.
9. Винобер А.В. [Космос математики. Очерк третий. Медитации](#) / А.В. Винобер // Биосферное хозяйство: теория и практика. 2024. 7 (72). С. 18-39.
10. Винобер А.В. [Космос математики. Очерк четвертый. Эволюция](#) // Биосферное хозяйство: теория и практика. 2024. 8 (73) . С. 28-64.
11. Выготский Л.С. Собр. соч. в 6-ти т. Т. 3 Проблемы развития психики / Под ред. А.М. Матюшкина, М.: Педагогика, 1983. – 368 с.
12. Гийом Г. Принципы теоретической лингвистики. Пер. с фр. – М.: Прогресс. 1992. 224 с.
13. Грицанов А.А. Знак // Новейший философский словарь / Сост. А.А. Грицанов. – Мн.: Изд. В.М. Скаун, 1998. С. 246-247.
14. Данциг Т. Символы // Математики о математиках : сб. статей / Пер. с англ. - М.: Знание 1967. С. 16-23
15. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. – М.: Наука, 1979. 320 с.
16. Иванов А.В. Символ // Современная западная философия: Словарь / Сост. Малахов В.С., Филатов В.П. – М.: Политиздат, 1991. С. 276.

17. Ильин В.В. Теория познания. Введение. Общие проблемы. – М.: Издательство Московского университета, 1993. 168 с.
18. Ильин В.В. Теория познания. Эпистемология / В.В. Ильин. – М.: Издательство Московского университета, 1994. – 136 с.
19. Кассирер Э. Избранное. Опыт о человеке. – М.: Гардарика, 1998. 784 с.
20. Клайн М. Математика. Утрата определенности. Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. 434 с.
21. Коллинз Р. Социология философий: глобальная теория интеллектуального изменения. Перевод с англ.. Н.С. Розова. - Новосибирск: Сибирский хронограф, 2002. — 1284 с.
22. Левин И.Д. Сочинения в 2-х т. Т.1. - М.: Радикс, 1994. 408 с.
23. Лосев А. Ф. Сочинения в 9-ти томах. Т. 6. Хаос и структура. М.: Мысль, 1997. — 833 с.
24. Мамардашвили М. Картезианские размышления. М.: Прогресс; Культура, 1993. — 781 с.
25. Мартин-Лёф П. Очерки по конструктивной математике / Пер. с англ. – М.: Мир, 1975. 135 с.
26. Михайлова Н.В. Философско-методологические основания постгеделевской математики. - Мн. : МГВРК, 2009.
27. Налимов В.В. Вероятностная модель языка. О соотношении естественных и искусственных языков. 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Наука, 1979. 303 с.
28. Налимов В.В. В поисках иных смыслов. – М.: Прогресс, 1993. – 280 с.
29. Налимов В.В. Спонтанность сознания: вероятностная теория смыслов и смысловая архитектоника личности. 2-е изд. – М.: Водолей, 2007. – 368 с.
30. Панов М.И. Методологические проблемы интуиционистской математики. – М.: Наука, 1984. 223 с.
31. Пенроуз Р. Новый ум короля. Пер. с англ. М.: Едиториал УРСС, 2003. 339 с.
32. Перминов В.Я. Философия и основания математики. - М.: Прогресс-Традиция, 2001. 320 с.
33. Радионова С.А. Символ // Новейший философский словарь / Сост. А.А. Грицанов. – Мн.: Изд. В.М. Скакун, 1998. С. 614-615.
34. Садовничий В.А. Теория операторов. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1979. 296 с.
35. Словарь практического психолога / Сост. С.Ю. Головин . -Минск: Харвест, 1998.
36. Словарь социально-гуманитарных терминов. Под ред. [Айзенштадт А. Л.](#) М.: Тесей. 1999. 320 с.
37. Стеклов В.А. Математика и её значение для человечества. 2-е изд. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ». 2010. 136 с.
38. Сушков И.Р. Психология взаимоотношений. – М.: Академический проект, ИП РАН, Екатеринбург: Деловая книга, 1999. – 448 с.

39. Тасич В. Математика и корни постмодернистской философии / Пер. с англ. В.В. Целищев. Серия Библиотека аналитической философии. - М.: Канон+ РООИ «Реабилитация». 2022. 368 с.
40. Тростников В.Н. Конструктивные процессы в математике (философский аспект). – М.: Наука. 1975. 254 с.
41. Усманова А.Р., Семиотика // Новейший философский словарь / Сост. А.А. Грицанов. – Мн.: Изд. В.М. Скакун, 1998. С. 608-609
42. Фосс А. Сущность математики. Пер. с нем. - М.: Изд-во "Либроком", 2009. - 120 с.
43. Фреге Г. Основоположения арифметики. Логико-математическое исследование о понятии числа. Перевод В.А. Суровцева. — Томск: Водолей, 2000. — 64 с.
44. Целищев В.В. Философия математики. Ч.1. – Новосибирск: Наука. 2002. 212 с.
45. Целищев В.В. Все есть число [1 сентября 2008] // Вокруг света. Режим доступа: <https://www.vokrugsveta.ru/vs/article/6304/> (Дата обращения 15.08.2023)
46. [Чанышев А.Н. Итальянская философия](#). М.: Издательство Московского университета, 1975. 216 с.
47. Черныш В.И. Введение в экологическую кибернетику. – М., 1990. – 568 с.
48. Яшин Б. Л. Взаимовлияние математики и философии (исторический экскурс) // Проблемы онто-гносео-логического обоснования математических и естественных наук. Курск: КГУ, 2015. Вып. 7. С. 46-55.
-

A.V.Vinober

«Siberia Land Congress» Biosphere and Agriculture Economies Support and Development Fund, Irkutsk, Russia

THE COSMOS OF MATHEMATICS. THE FIFTH ESSAY . SYMBOL. SIGN. NUMBER

The structure of the essay consists of 5 parts. In the first part, "Instead of an introduction," the author gives ten aphorisms and his comments on them. This is a kind of mood (tuning fork) on the topic of the article. In the second part, considering "symbol" and "symbolic", the author notes that in mathematics the concept of "symbol" does not have any generally accepted, clear and precise understanding and generally accepted interpretation. The symbolic is probably largely born in the interaction of consciousness and the unconscious. The mechanism of generating the symbolic is known to us only hypothetically. Mathematicians idolize numbers and prefer to replace the symbol with the concept of "sign". It is possible that in terms of quality and proportions, mathematics and premathematics (according to G. Guillaume) correlate as conscious and unconscious in the human psyche. In the chapter "Sign", the author refers to the understanding of the concept of "sign" by philosophers and psychologists. Once again, we find confirmation of the existence of a field (unconscious reality) of premathematics, the archaic elements (archetypes) of which are present in the consciousness, thinking and creativity of modern mathematicians. At the end of the chapter "Number", drawing a temporary line in the problem of searching for the "essence and meaning of numbers", the author notes that

it can be assumed that all the experiments of "logizing" and "universalizing" numbers are the old Leibniz paradigm.

Keywords: philosophy of mathematics, symbol, sign, number, premathematics, premathematic unconscious, language

Поступила в редакцию 25 октября 2024